

Permutacijski kompleksi in mrežasti vzorci

Dejan Govc

Permutacijski kompleks X s končno množico oglišč V je urejeni simplicialni kompleks [8], generiran z neko množico permutacij množice V . Primeri takih kompleksov se naravno pojavijo v topološki kombinatoriki [1] in imajo aplikacije v študiju homološke stabilnosti grup [7], v bližnjem sorodstvu pa so tudi s permutacijskimi grafi [6]. Njihove sistematične študije so se lotili Chacholski, Levi in Meshulam v članku [3].

Beseda (podzaporedje) w v dani permutaciji $\pi \in S_n$ je pojavitev permutacijskega vzorca $\eta \in S_k$, če so črke v w urejene po velikosti v enakem vrstnem redu kot črke v η . Mrežasti vzorci [2] so posplošitev klasičnih permutacijskih vzorcev [5], kjer določene tipe pojavitev permutacijskega vzorca prepovemo.

Na seminarju bom predstavil nekaj rezultatov članka [3] o permutacijskih kompleksih in povedal, kako naju je s soavtorjem Jasonom Smithom poskus boljšega razumevanja topologije teh kompleksov pripeljal do kombinatoričnih vprašanj o mrežastih vzorcih, ki sva jih nato obravnavala v [4].

Literatura

- [1] Anders Björner and Michelle Wachs. On lexicographically shellable posets. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 277(1):323–341, 1983.
- [2] Petter Brändén and Anders Claesson. Mesh patterns and the expansion of permutation statistics as sums of permutation patterns. *Electron. J. Combin.*, 18(2):Paper 5, 14, 2011.
- [3] Wojtek Chacholski, Ran Levi, and Roy Meshulam. On the topology of complexes of injective words. *J. Appl. Comput. Topol.*, 4(1):29–44, 2020.
- [4] Dejan Govc and Jason P. Smith. Asymptotic behaviour of certain mesh patterns. ArXiv preprint. arXiv:2011.11382 [math.CO], 2020.
- [5] Sergey Kitaev. *Patterns in permutations and words*. Monographs in Theoretical Computer Science. An EATCS Series. Springer, Heidelberg, 2011. With a foreword by Jeffrey B. Remmel.
- [6] A. Pnueli, A. Lempel, and S. Even. Transitive orientation of graphs and identification of permutation graphs. *Canadian J. Math.*, 23:160–175, 1971.
- [7] Oscar Randal-Williams and Nathalie Wahl. Homological stability for automorphism groups. *Adv. Math.*, 318:534–626, 2017.
- [8] Michael W. Reimann, Max Nolte, Martina Scolamiero, Katharine Turner, Rodrigo Perin, Giuseppe Chindemi, Paweł Dłotko, Ran Levi, Kathryn Hess, and Henry Markram. Cliques of neurons bound into cavities provide a missing link between structure and function. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 11:48, 2017.